

# 采用 DMD 方法研究叶栅不同攻角的 拟序结构

洪树立, 黄国平, 陆惟煜, 王进春

(南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏省航空动力系统重点实验室, 南京 210016)

**摘 要:** 为分析平面叶栅分离流非定常拟序流动特征,对三个不同攻角下的叶栅进行了单通道的大涡模拟仿真,并采用动力模态分解(DMD)三个工况的流场结构进行了分析。DMD 方法对包含复杂时空信息的叶栅分离流流场进行了解耦,剥离出了反映流场主要动力信息的模态,获得了其频率和与之对应的空间结构。并且通过 DMD 方法,将原本需要研究大量不同时刻的流场,转移到仅需要对少量模态的研究即可,实现了保留主要动力特征的低维近似。通过 DMD 分析表明:气流经过叶片前缘产生流动分离,形成不稳定的剪切涡结构,它和尾迹区脱落涡相互耦合,并形成新的拟序结构。随着攻角的增大,前缘剪切涡及其与尾迹涡的耦合也同时增强,流场变得更加复杂。

**关 键 词:** 动力模态分解; 叶栅; 流动分离; 拟序结构; 不同攻角

**中图分类号:** V231.3

**文献标志码:** A

## Coherent structures of cascade under different attack angles with DMD method

HONG Shuli, HUANG Guoping, LU Weiyu, WANG Jinchun

(Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System,

College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In order to analyze the characteristics of coherent structures of unsteady flow in a cascade separation flow, the large eddy simulation of single channel cascade with three different attack angles was carried out. Moreover, dynamic mode decomposition was made to analyze the inherent structures of the three different operations. With DMD (dynamic mode decomposition) method, the complex temporal-spatial flow fields can be decoupled and the coherent structures of different frequencies and scales can be captured. Besides, the main frequencies and their structures can be got to reflect the main dynamic behavior. Moreover, with DMD method, thousands of different flow fields can be expressed by low dimension of only dozens of modes. With the application of DMD method, the results showed that instability shear vortex was generated by flow separation of the leading edge of the cascade, coupling with the shedding vortex in the wake zone, producing new coherent structure. When the attack angle became larger, the shear vortex and its interaction with shedding vortex were strengthened, making the flow field more complicated.

**收稿日期:** 2017-05-09

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划(2014CB239602); 国家自然科学基金(51176072)

**作者简介:** 洪树立(1986—),男,博士生,主要从事推进系统内流流动控制研究。

**引用格式:** 洪树立,黄国平,陆惟煜,等.采用 DMD 方法研究叶栅不同攻角的拟序结构[J].航空动力学报,2018,33(9):2150-2160.

HONG Shuli, HUANG Guoping, LU Weiyu, et al. Coherent structures of cascade under different attack angles with DMD method[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(9): 2150-2160.

**Key words:** dynamic mode decomposition; cascade; flow separation; coherent structure; different attack angles

为满足现代航空动力系统高推质比的需求,压气机的设计负荷不断提高,由此更容易引发大尺度分离流结构<sup>[1]</sup>,影响了压气机的效率和气动稳定性<sup>[2-3]</sup>。通过优化叶型或采用流动控制技术可以在一定程度上削弱流动分离,而压气机内部的分离流动结构在不同的工况下表现出不同的动力特征,跨越了大尺度和频率范围<sup>[4-6]</sup>。因此要想更为有效地抑制流动分离结构,就需要进一步加深对压气机在不同工况下的分离流结构的认识。

实际压气机流场中,各种不同尺度的涡系结构错综复杂,即使具有某一明显特征的涡结构(如叶片吸力面的脱落涡),在三维空间中不断地与其周围的流体相互剪切,剪切层之间受到 K-H (Kelvin-Helmholtz) 不稳定性的影响,在涡周围形成不稳定的小尺度结构<sup>[7]</sup>。各种不同尺度和频率的涡系结构随着时空的变化不断演变,且互相耦合,为分析和研究带来了困难。而这种复杂流场的动态演变并不是无迹可寻,其内部存在着某些较为有序的规律可以反映流场的内在信息<sup>[8-9]</sup>,分析和研究这种拟序流动特征对把握流场的主要动力信息很有必要。

为了得到拟序流动结构的变化规律,单从时域角度观察流场的动态演变得到的信息有限,因此可以将包含时空流场的信息进行解耦处理。近年来应用较多的是 POD (proper orthogonal decomposition) 本征正交分解法。原流场经 POD 分解后,可以得到一组不同能量等级的拟序结构,通过该方法的分析,对于一些复杂流动的内在机理有了新的认识<sup>[10-11]</sup>。但 POD 在处理过程中丢失了系统的相位信息,分解得到的某一阶模态依旧掺杂了不同频率的涡系结构,因此对于流场动力层面的解释不够清晰<sup>[12-13]</sup>。

相比于 POD 法,动力模态分解 DMD (dynamic mode decomposition) 是近几年最新发展的流场分析技术<sup>[14-15]</sup>,通过 DMD,能够将原时空流场分解为时间上互不相关的拟序结构。DMD 是从 Koopman 分析演变而来,将对复杂流场动力信息的研究转移到对 Koopman 算子的分析上来,并认为 Koopman 算子包含了原系统的动力信息<sup>[14]</sup>。DMD 方法就是 Koopman 分析的一种近似处理,简单得可以理解为对全局流场进行“DFT (discrete fourier transform) 变换”。通过

DMD,能够得到不同频率特征的拟序结构,且能反映这些拟序结构随时间的变化规律(随时间的增长或衰减规律),这一点目前优于 POD 方法。已有少量的研究采用 DMD 方法分析了较复杂的流场结构。Semlitsch 等<sup>[16]</sup>对离心压气机近失速工况下大涡模拟 (large eddy simulation, LES) 的结果进行了 DMD,捕获了近失速工况下流场的低频拟序结构。洪树立等<sup>[17]</sup>采用 DMD 技术对比分析了扩压通道有/无控气流分离的动态结构,指出有效的非定常控制抑制了一部分涡的增长使得各模态整体上更加稳定,流场表现得更加有序。

本文采用 DMD 分析方法,对平面叶栅在不同气流攻角下的流场进行分析研究,提取若干可以反映不同工况下叶栅分离流特征的主要拟序结构。研究各工况主要拟序结构随时间的演变规律,探讨平面叶栅在不同气流攻角下的动力特征,为进一步认识叶栅分离流特点并为抑制分离流提供基础。

1 DMD 方法简介

1.1 时间变化流场的 DMD 过程

DMD 对实验数据和数值计算结果都适用。本文简要介绍 DMD 的实现方法,具体的数学推导和详细过程参考文献<sup>[14-15]</sup>。

首先,采用“Snapshot”快照抓拍法,把原流场写成按不同时刻排列的流场数据集  $V_1^N$ ,

$$V_1^N = \{v_1, v_2, \dots, v_N\} \tag{1}$$

式中  $v_j$  为第  $j$  时刻的流场,  $v_j$  和  $v_{j+1}$  之间的时间步长为  $\Delta t$ 。  $V_1^N$  下标表示起始时刻,上标表示最终时刻。假定  $j$  时刻的流场和  $j+1$  时刻的流场能用系统矩阵  $A$  进行线性关联

$$v_{j+1} = Av_j \tag{2}$$

式(2)对于整个时间范围  $[0, (N-1)\Delta t]$  都适用,流场数据  $V_1^N$  可以表示为 Krylov 序列

$$V_1^{N-1} = \{v_1, Av_1, A^2v_1, \dots, A^{N-1}v_1\} \tag{3}$$

当时间步数足够大,进一步增加时间步时,流场包含的动力信息不再发生大的改变,此时第  $N$  时刻的流场可以用前几个时刻的流场进行线性表示

$$v_N = a_1v_1 + a_2v_2 + \dots + a_{N-1}v_{N-1} + r \tag{4}$$

写成矩阵形式为

$$v_N = V_1^{N-1}a + r \tag{5}$$

其中  $\mathbf{a}^T = \{a_1, a_2, \dots, a_{N-1}\}$ ,  $\mathbf{r}$  为残差向量。进一步可以得到

$$\mathbf{A}\mathbf{V}_1^{N-1} = \mathbf{V}_2^N = \mathbf{V}_1^{N-1}\mathbf{S} + \mathbf{r}\mathbf{e}_{N-1}^T \tag{6}$$

伴随矩阵  $\mathbf{S}$  的特征值近似为系统矩阵  $\mathbf{A}$  的特征值,通过这种降维处理,将对未知高维系统矩阵  $\mathbf{A}$  的研究转移到低维矩阵  $\mathbf{S}$  上,即认为原流场的动力信息包含在伴随矩阵  $\mathbf{S}$  内, $\mathbf{S}$  具有如下形式:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & & & a_1 \\ 1 & 0 & & a_2 \\ & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & 1 & 0 & a_{N-2} \\ & & & 1 & a_{N-1} \end{pmatrix} \tag{7}$$

$\mathbf{S}$  中只有最后一列是未知的,根据  $\mathbf{A}$  在降维过程中残差最小化的方法,可以求解  $\mathbf{S}$

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}^H\mathbf{V}_2^N \tag{8}$$

其中  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  为  $\mathbf{V}_1^{N-1}$  的  $\mathbf{QR}$ -分解。接下来求  $\mathbf{S}$  的特征值和对应的特征向量,令  $\mathbf{y}_j$  为  $\mathbf{S}$  的特征向量,对应的特征值为  $\lambda_j$ ,那么某一 DMD 动力模式可以表示为

$$\boldsymbol{\varphi}_j = \mathbf{V}_1^{N-1}\mathbf{y}_j \tag{9}$$

$\mathbf{S}$  的特征值和特征向量一般都为复数形式,将特征值表达成对数的形式

$$\omega_j = \lg(\lambda_j)/\Delta t = \omega_j^r + i\omega_j^i \tag{10}$$

其中  $\omega$  的上标  $r$  和  $i$  分别指实部(real)和虚部(image),实部  $\omega_j^r$  反映了某一模式随时间的增长或衰减,虚部包含了某一模式的频率信息

$$f_j = \omega_j^i/2\pi \tag{11}$$

其中  $f_j$  为某一模式对应的频率。

1.2 某阶模态的动态演化方法

将所有模式乘上对应特征值的  $k-1$  次方并求和,就可以得到第  $k$  个时刻的原流场数据,即

$$\mathbf{v}_k = \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i^{k-1} \boldsymbol{\varphi}_i \tag{12}$$

将式(12)展开,可得如下方程组:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_2 &= \lambda_1^{2-1} \boldsymbol{\varphi}_1 + \lambda_2^{2-1} \boldsymbol{\varphi}_2 + \dots + \lambda_{N-1}^{2-1} \boldsymbol{\varphi}_{N-1} \\ \mathbf{v}_3 &= \lambda_1^{3-1} \boldsymbol{\varphi}_1 + \lambda_2^{3-1} \boldsymbol{\varphi}_2 + \dots + \lambda_{N-1}^{3-1} \boldsymbol{\varphi}_{N-1} \\ &\vdots \\ \mathbf{v}_k &= \lambda_1^{k-1} \boldsymbol{\varphi}_1 + \lambda_2^{k-1} \boldsymbol{\varphi}_2 + \dots + \lambda_{N-1}^{k-1} \boldsymbol{\varphi}_{N-1} \end{aligned} \tag{13}$$

若单取方程组等号右边的第  $i$  项组成一个动态场的序列,就可以得到该阶模式随时间的演变过程。将反映流场主要动力模式的若干模式进行组合,就可以得到动态场序列  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_N\}$  的近似表达,其动态演变过程就能反映原流场主导拟序结构随时间的变化规律。

2 数值模拟方法及验证

平面叶栅的数值模拟和实验模型如图 1 和图 2 所示。叶栅叶型参考中国燃气涡轮研究院提供的某压气机静子叶根截面设计<sup>[18]</sup>,具体参数列于表 1 内。实验测量采用动态压力传感器(数据采集频率为 65 536 Hz),所有的测量数据来源于约 50%叶高截面,为了消除实际叶片的三维效应。

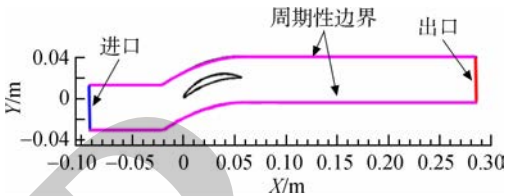


图 1 数值计算模型  
Fig. 1 Numerical simulation model

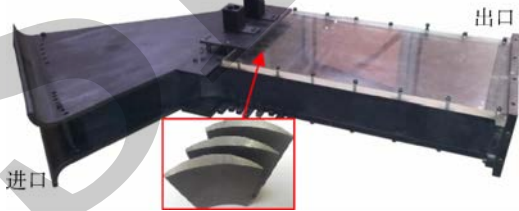


图 2 实验装置  
Fig. 2 Photo of experimental device

表 1 叶栅主要参数  
Table 1 Main parameter of the cascade

| 叶片参数      | 数值   |
|-----------|------|
| 弦长/mm     | 60   |
| 叶高/mm     | 80   |
| 稠度        | 1.33 |
| 进口叶片角/(°) | 46   |
| 出口叶片角/(°) | -10  |

采用大涡模拟进行数值模拟,计算总网格数为 96 874,保证近壁面网格  $y^+ \approx 1$ 。进口设定为大气条件,出口给定背压,通道两侧设为周期性边界(见图 1)。采用双时间步长进行加速求解,时间步长为  $1 \times 10^{-5}$  s。当流场呈现出周期性或准周期性时,认为计算达到收敛。通过调节背压,当进口马赫数  $Ma \approx 1$  时,气流攻角约为  $9^\circ$ ,此时数值模拟和实验测得的尾迹区的主频吻合良好,因此本文采用的数值计算具有一定的可信度,更多详细的

实验设计介绍与相关数据参考文献[19-20]。

3 不同攻角下叶栅分离流特点

通过调整计算进口的速度方向,模拟叶栅在不同攻角下的流场特征。本文以三个不同攻角下叶栅为研究对象,进口速度角度分别为 50°、55°和 60°(与图 1 中 X 轴夹角),对应的攻角为 4°、9°和 14°。将三个工况分别记为 ATA 04、ATA 09 和 ATA 14。

对于 ATA04 工况,在小攻角下,大部分气流附着在叶片表面,尽管在叶片中段形成一些不稳定的结构,但直到尾缘处才形成脱落涡结构,如图 3 所示,说明叶栅通道中的大尺度涡结构形成于整个叶背附近的剪切层中。图中涡量  $\Omega$  定义如下:

$$\Omega = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}$$
 (14)

将监测点设在尾迹区(图 3 中  $P_1$  点),对监测点的压力值进行离散傅里叶变换(DFT)。为了将研究的问题进行一般化,并建立不同攻角下对比的参考依据,引入  $S_i$  将得到的频率  $f$  进行无量纲化处理

$$S_i = \frac{fL}{U}$$
 (15)

式中  $U$  为特征速度,取为进口的平均速度大小。 $L$  为特征长度,取为尾迹的宽度。对于不同攻角下叶栅分离流,都具有一定的拟序流动特征,流场中能够观察到主导的涡结构,并汇入尾迹区,因此

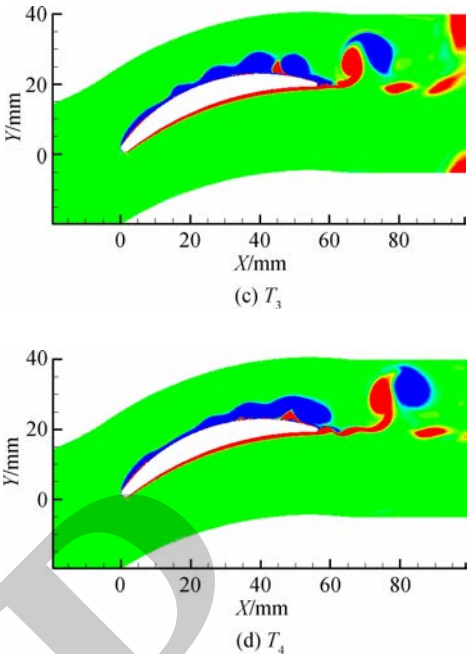
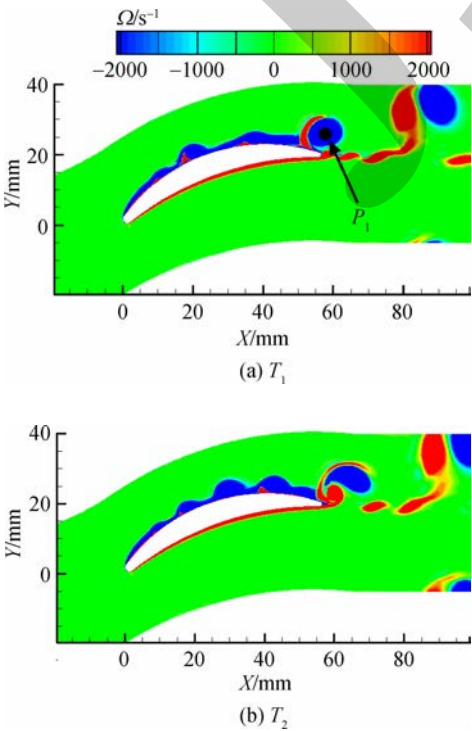


图 3 ATA04 不同时刻涡量分布  
Fig. 3 Vorticity distribution over time of ATA04

对于该类分离流问题,尾迹区包含了主要流动特征,故特征长度选用尾迹宽度要比弦长更为合适<sup>[21]</sup>。图 4 为 ATA04 工况  $P_1$  点的无量纲频谱图,其峰值出现在  $S_i = 0.25$  处,体现了典型钝体绕流的特征<sup>[21-22]</sup>。

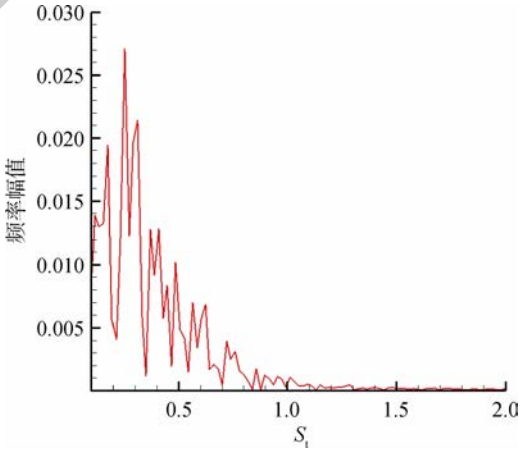


图 4  $P_1$  点频谱图  
Fig. 4 Frequency spectrum at  $P_1$

随着攻角的增加,叶片表面的分离区变大,流场也变得更加复杂,图 5 为 ATA09 工况下不同时刻的涡量图。首先在  $T_1$  时刻,气流经过前缘发生小尺度分离,大概位于叶片弦长 20% 位置处生成小尺度非定常涡结构,向下游发展的过程中与尾部的脱落涡耦合在一起,在  $T_3$  时刻汇聚成一处,形成尾迹区大尺度涡团结构。因此尾迹中

的大尺度涡结构实际也包含了前缘小尺度分离流产生的不稳定涡。设置两个监测点,分别位于靠近叶片前缘处和中间段位置(图 5 中  $O_1$  和  $O_2$  位置),图 6 和图 7 分别为  $O_1$  和  $O_2$  监测点压力变化的无量纲频谱图。 $O_1$  点频谱图中在  $S_t=0.4$  和  $S_t=0.8$  处出现峰值,对应于前缘剪切层的主频

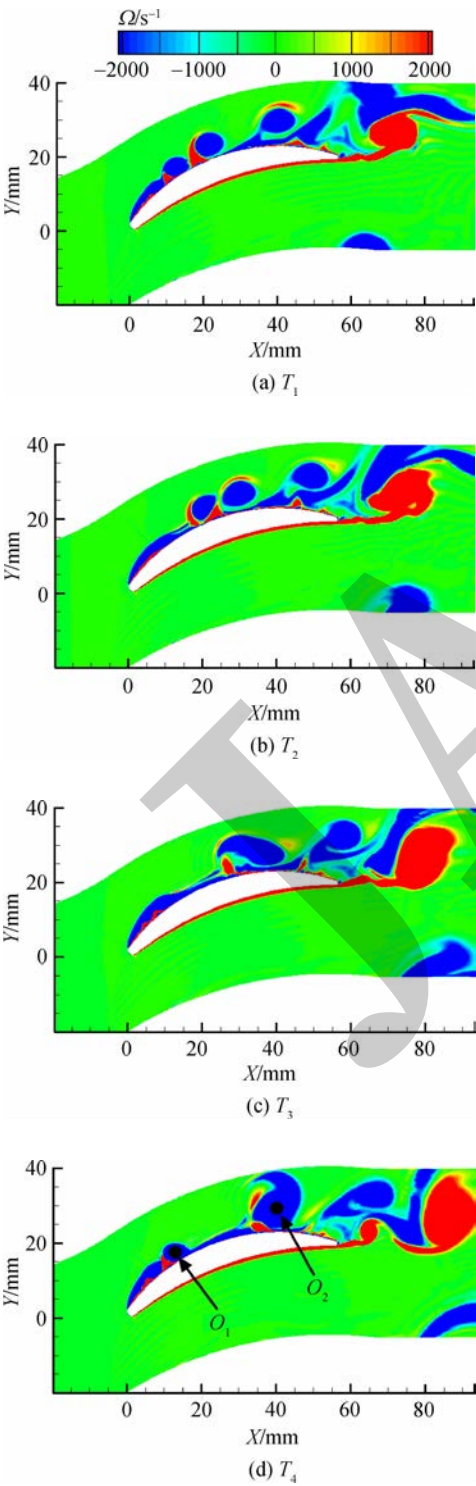


图 5 ATA09 工况的不同时刻涡量分布  
Fig. 5 Vorticity distribution over time of ATA09

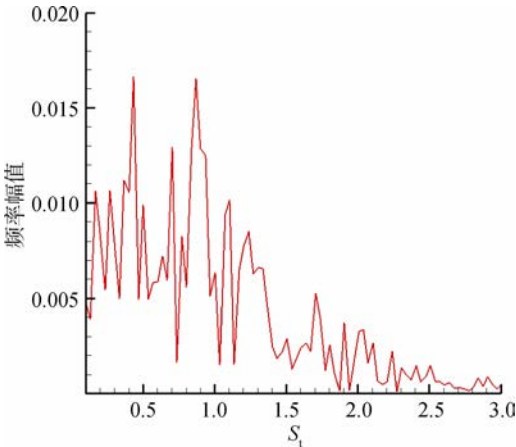


图 6  $O_1$  点频谱图  
Fig. 6 Frequency spectrum at  $O_1$

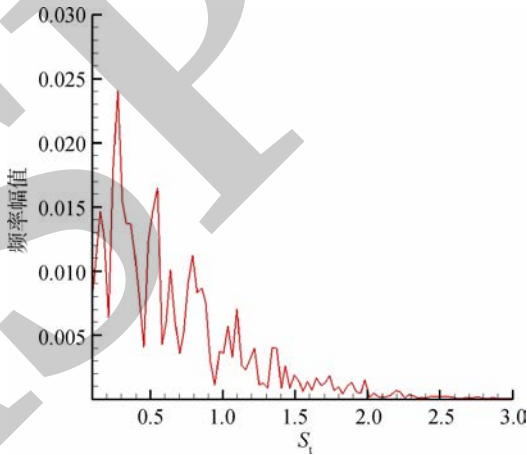


图 7  $O_2$  点频谱图  
Fig. 7 Frequency spectrum at  $O_2$

及其“谐波”。 $O_2$  点频谱图中峰值出现在  $S_t=0.27$  和  $S_t=0.54$ ,对应于尾迹中大尺度涡的主频及其“谐波”。

攻角进一步增加,在 ATA14 工况下,前缘的小尺度非定常涡及其后部的非定常涡在叶片前段就发生耦合,如图 8 所示。同样地设置两个监测点,分别位于前缘小尺度涡经过位置及尾迹中大尺度涡位置(图 8 中  $Q_1$  和  $Q_2$  位置),将压力值进行 DFT 变化并进行无量纲化处理,图 9 和图 10 为  $Q_1$  和  $Q_2$  位置的无量纲频谱图。 $Q_1$  点频谱图中峰值出现在  $S_t=0.81$  处,与 ATA09 中  $Q_1$  点频谱中的一个峰值点一致。 $Q_2$  点的频谱图在  $S_t=0.54$  出现峰值,并且  $S_t=0.27$  处也有小峰值出现,与 ATA09 中  $Q_2$  点捕获的峰值一致; $Q_2$  点中  $S_t=0.4$  处的峰值可能与  $Q_1$  中的  $S_t=0.81$  有关。说明尽管攻角有所不同,但是在 ATA09 中捕获的剪切层不稳定结构及其最终汇入尾迹区

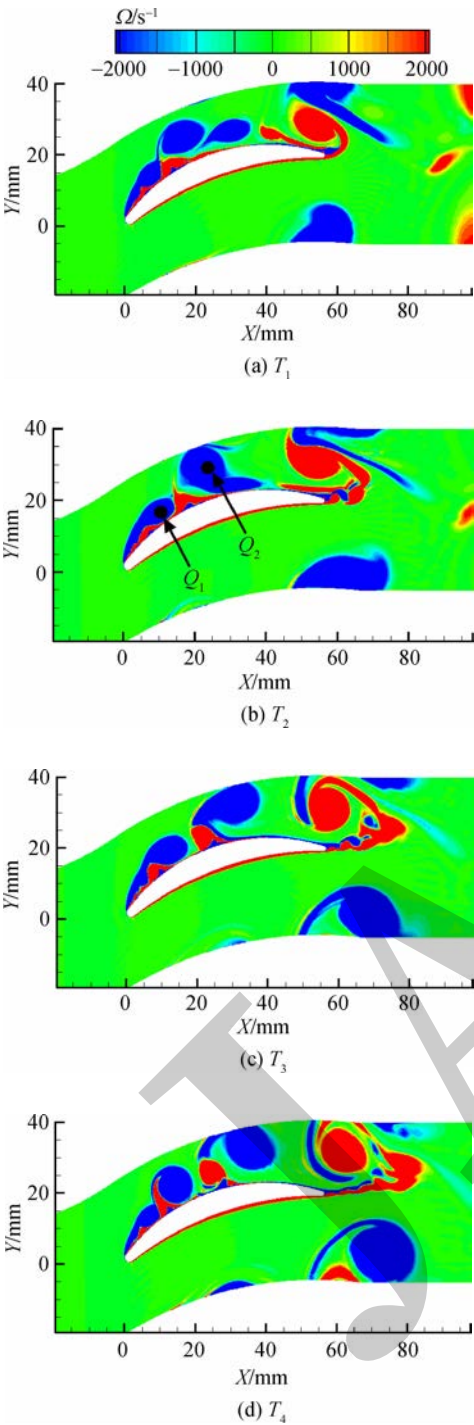


图 8 ATA14 工况的不同时刻涡量分布  
Fig. 8 Vorticity distribution over time of ATA14

形成的大尺度结构在 ATA14 中也占据了主导地位。相对 ATA09 更为复杂的是,在 ATA14 中还存在着其他峰值,分别为  $S_i=0.764$  和  $S_i=0.48$ ,这可能是由于前缘剪切层小尺度涡和中部的非定常涡耦合产生。普林斯顿大学的 Tu 等<sup>[21]</sup>在对椭圆形平板分离流的研究中也发现了类似的现象(频谱图中峰值所在点既不是来源于剪切层,也不是来源于尾迹区的大涡),并认为这种现象是由于

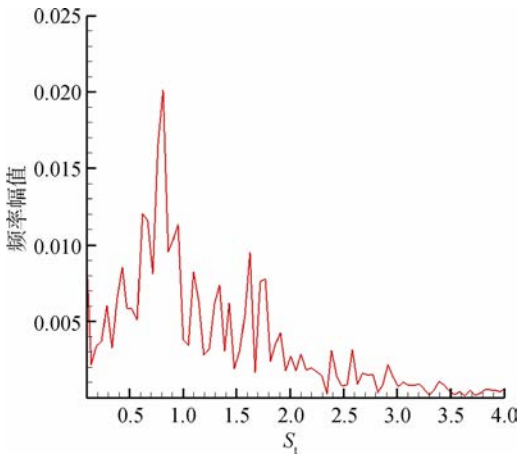


图 9  $Q_1$  点频谱图  
Fig. 9 Frequency spectrum at  $Q_1$

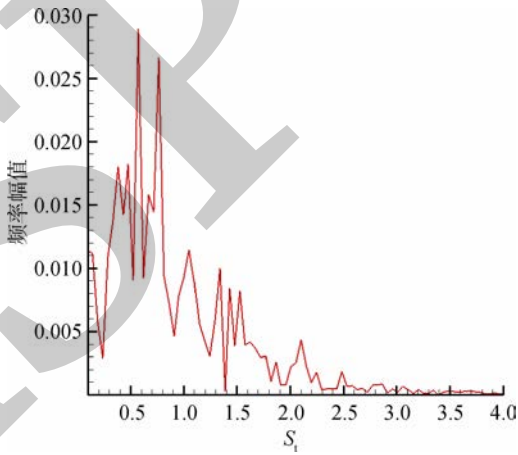


图 10  $Q_2$  点频谱图  
Fig. 10 Frequency spectrum at  $Q_2$

剪切层小涡与尾迹区较大的涡相互影响(interaction)产生的。

#### 4 叶栅分离流的动力模态分析

通过图 3,图 5 和图 8 可以看出不同攻角下叶栅分离流尾迹区都出现明显的脱落涡结构,并占据了主导地位。通常这种结构也是流动控制最为关心的问题,并且许多研究表明,当非定常控制激励频率与脱落涡频率一致时控制效果最佳<sup>[19-20]</sup>。但是在实际问题中,不少学者也发现了其他的一些规律。例如, NASA 的 Seifert 等<sup>[23-24]</sup>、Greenblatt 等<sup>[25]</sup> 和 Pack 等<sup>[26]</sup> 通过对 NACA 0015 翼型的分离流非定常激励的研究发现,对于翼型所处不同攻角时,取得理想控制效果时的无量纲激励频率范围会在  $0.25 < F^+ < 2.0$  范围内变化( $F^+$  为激励频率比上脱落涡频率)。这种不同控制规律的认识,意味着对流动控制而

言需要考虑其他频率,包括不同频率涡之间的耦合问题。前述分析也表明不同结构涡之间的耦合现象。要想进一步分析不同涡的动力特征,可以继续采用设置监测点及观察不同时刻的流场结构的方法。尽管这种方法可以得到一些对流场有价值的信息。但是也有一定的局限性。通过上述分析已经可以看出,观察流场中不同监测点可以得到不同的动力特征,并且对于复杂分离流,监测点的位置也较为敏感<sup>[21]</sup>。通过设置大量的监测点弥补这一不足,但是这种方法会极大地增加工作量,当流场复杂时,分析起来也更加困难。

DMD 方法是一种全局的方法,通过 DMD 可以将包含复杂动力信息的时空流场进行解耦。通过 DMD 可以同时得到不同频率的模式,并且不同的空间结构与频率之间一一对应。因此采用 DMD 方法可以更加有效地分析复杂流场,有助于进一步了解和掌握叶栅分离流的特点。

4.1 主导模态的动态演变及低维近似

图 11 给出了 ATA09 工况 DMD 的无量纲频谱图,从无量纲频谱图可以看出,ATA09 工况中叶栅分离流的三种频率特征较为明显(后续将会进行说明),对应的无量纲频率分别为  $S_1=0.2$ 、 $S_1=0.35$  和  $S_1=0.92$ ,且该工况的攻角较为典型,因此针对该工况下的 DMD 结果进行分析。根据式(12),将 DMD 的某一模式乘上与之对应的特征值的不同幂指数,就可以得到该模式随时间的动态演变。

图 12 为  $S_1=0.2$  模态对应的空间结构随时间的演变,红色虚线反映了大尺度脱落涡的动态发展,图中黑色虚线圈内与之对应的涡逐渐生成,

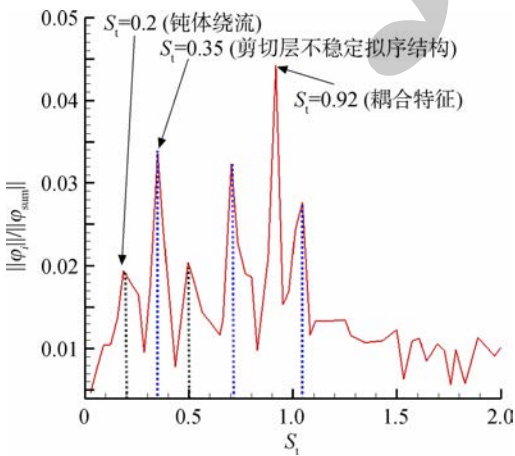


图 11 ATA09 工况的 DMD 无量纲频谱图  
Fig. 11 Dimensionless DMD frequency spectrum of ATA09

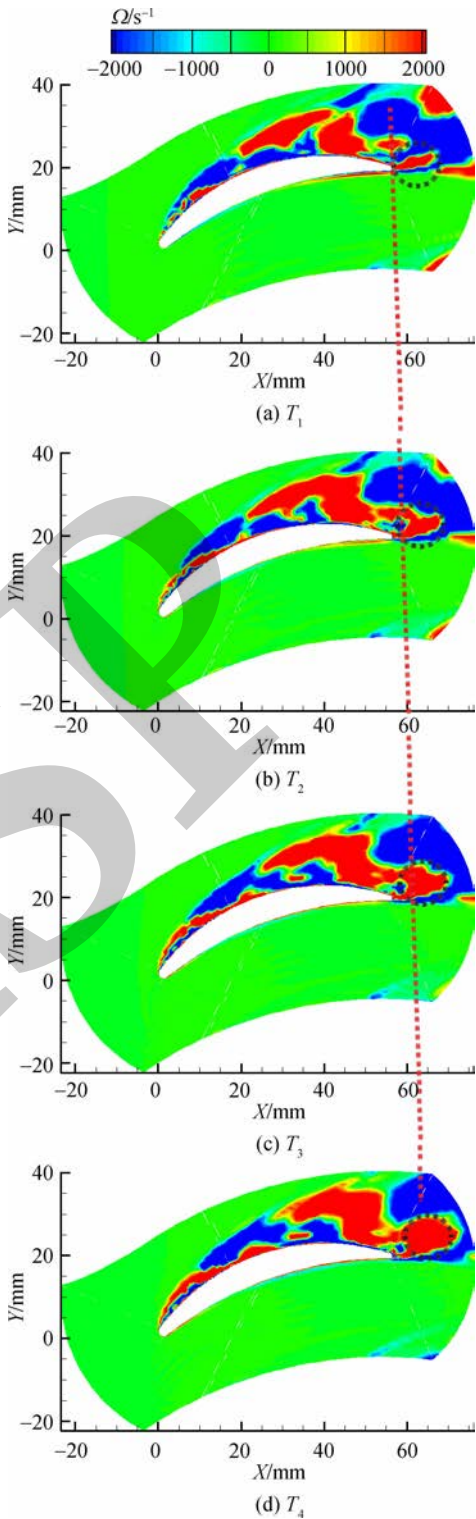


图 12  $S_1=0.2$  模态的动态演变  
Fig. 12 Variation of  $S_1=0.2$  mode over time

最后形成方向相反的涡对向下游发展。图 13 反映了靠近前缘剪切层开始形成的不稳定涡随时间的发展,对应的  $S_1=0.35$ ,其尺度相比尾迹涡较小,正负涡对交替相间并向下游发展。受到尾迹涡和剪切涡耦合的影响,在通道中诱导出强度较大的结构,空间结构随时间的变化如图 14 所示,

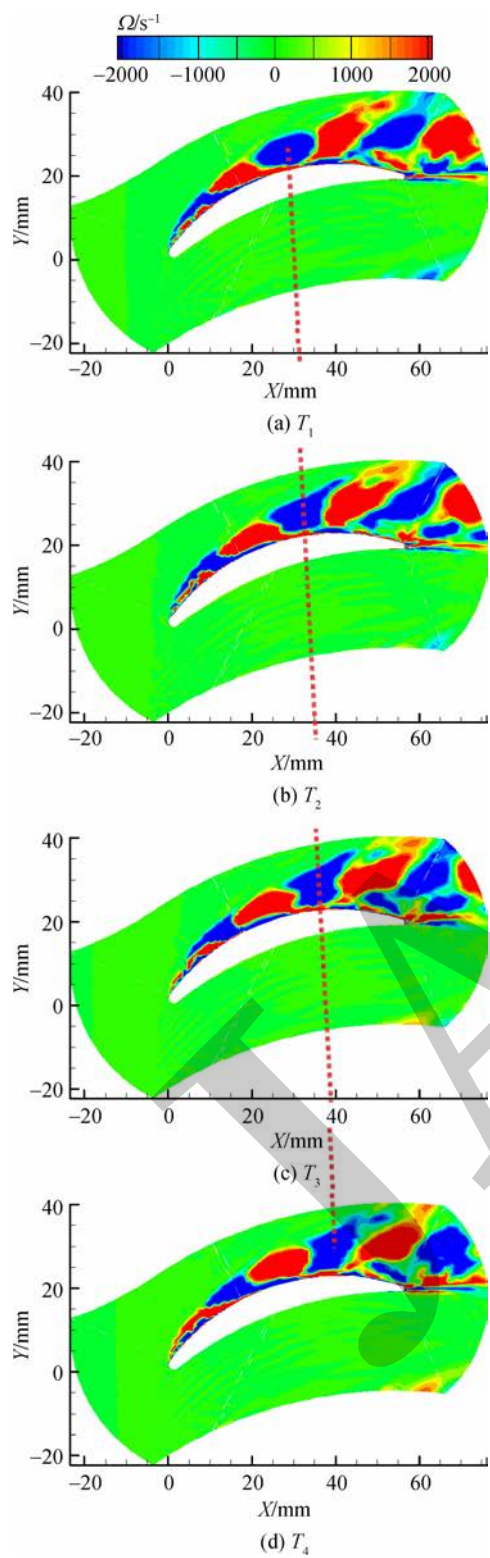


图 13  $S_i=0.35$  模态的动态演变

Fig. 13 Variation of  $S_i=0.35$  mode over time

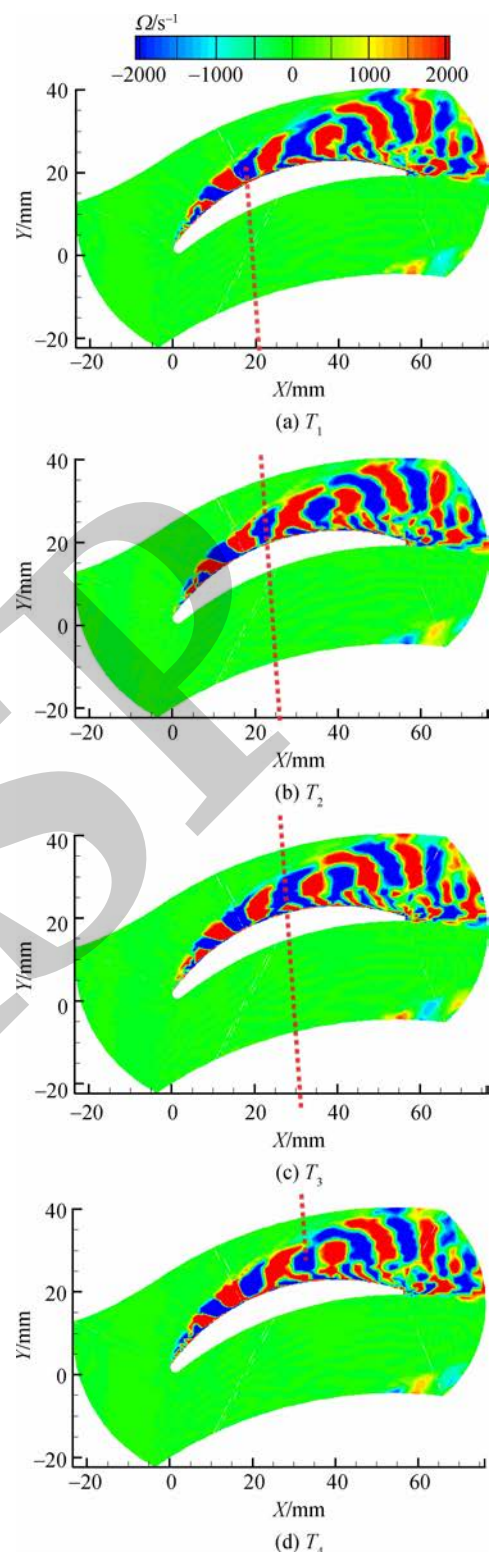


图 14  $S_i=0.92$  模态的动态演变

Fig. 14 Variation of  $S_i=0.92$  mode over time

对应的  $S_i=0.92$ , 其尺度相比尾迹涡和剪切涡较小。

为了进一步探讨原流场和各模态之间的关系, 可以将不同模态组合进行叠加, 分析其与原流场的近似情况。图 15 为不同模态组合的结构, 其

中图 15(a) 为某时刻原流场, 图 15(b) 为图 11 中虚线及  $S_i=0.92$  对应的模态的组合 (即三种主要特征频率对应的结构的组合), 图 15(c) 为所有  $S_i<1.0$  模态的组合, 图 15(d) 为所有  $S_i<1.5$  模态的组合, 图 15(e) 为所有  $S_i<2.0$  模态的组合。

可以看到图 15(b)与原流场已经较为接近,只是在叶片表面处的细节与原流场有所不同,但最为关心的尾迹区大尺度涡结构和原流场相当。将所有  $S_i < 1.0$  模态进行组合还原的流场和原流场更为接近,差别尽在涡周围的一些小结构。进一步增加模态数量的组合,将所有  $S_i < 1.5$  和所有

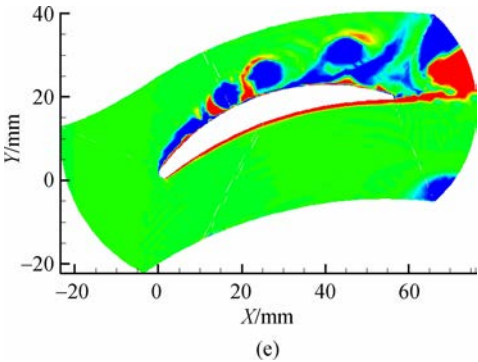
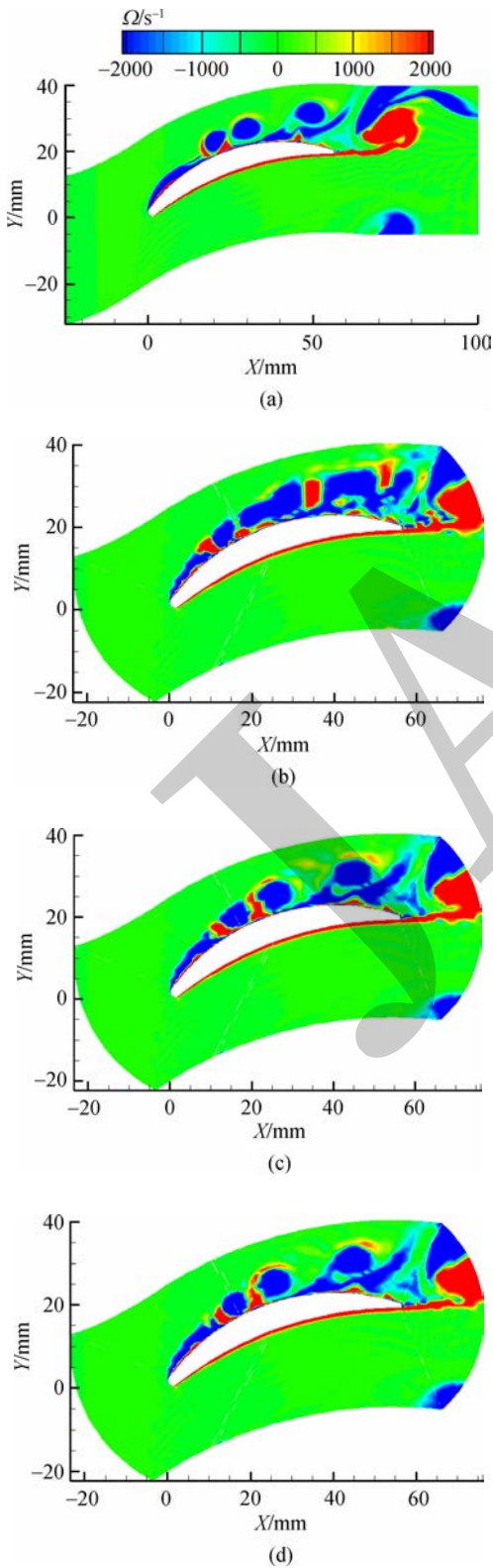


图 15 不同模态的组合还原

Fig. 15 Composite structures with different modes

$S_i < 2.0$  模态的组合,其还原度逐渐趋向饱和。因此可以认为三种主要特征频率对应的模态组合能基本反映所关心的涡结构,而  $S_i < 1.0$  的模态已经可以近似反映原流场。 $S_i < 1.5$  共包含 35 个模态,除涡结构的细致形状尚未准确逼近原流场外,涡的主要结构与原流场已经近似较好。因此通过 DMD 方法,可以将原本需要研究 2000 个不同时刻的流场,转移到仅需要对 35 个或更少模态的研究即可,而每个模态随时间的变化仅需要将该模态乘上与之对应的特征值就可以反映(式(12))。可以看出 DMD 方法能够较好地实现低维近似,即寻求已有数据集的有限个数的基向量来实现对原始数据的线性表示<sup>[27]</sup>。

4.2 不同攻角 DMD 结果分析

对 2000 个不同时刻的流场进行 DMD,得到的频率进行无量纲化处理,图 16 为 ATA04 的无量纲频谱图,其中纵坐标为每个模态的全局能量(global energy norm)与总的全局能量所占的比

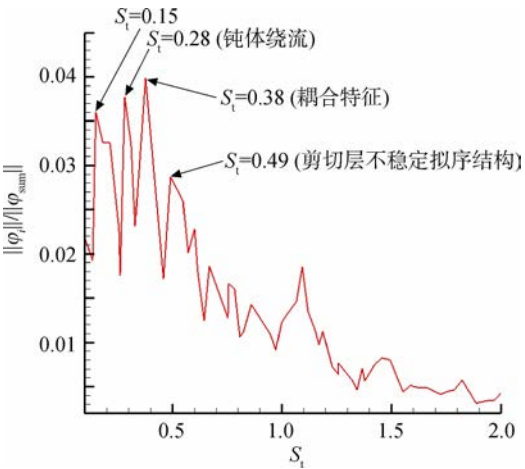


图 16 ATA04 工况的 DMD 无量纲频谱图

Fig. 16 Dimensionless DMD frequency spectrum of ATA04

值。频谱图中在  $S_t=0.28$  处出现了峰值(大概位于其  $1/2$  倍频处也出现峰值),这一特征在前述对  $P_1$  点的分析中也可以得到,对应为钝体绕流的无量纲特征频率,包含于尾迹中。 $S_t=0.49$  也出现小峰值,通过上节分析可知这一结构可能对应为叶背表面剪切层的不稳定拟序结构,即使在 ATA04 中这些不稳定的拟序结构没有脱落,但依然存在于流场中,并且从 DMD 频谱中可以看到这一结构也具有较大的影响。最大的峰值出现在  $S_t=0.38$  处,它与尾迹区的大尺度涡和剪切层小尺度非定常涡没有倍频关系,可以推测这是剪切层的不稳定结构和尾迹相互耦合引起的第三类特征频率。

ATA09 的 DMD 无量纲频谱图见图 11,该图中三种频率特征更加明显。其中剪切层的不稳定结构对应及其倍频用蓝色虚线标记,即  $S_t=0.35$  及其倍频。尾迹涡的特征频率  $S_t=0.2$  也出现峰值,但是其 2 倍频有所偏差,可能是由于尾迹涡与剪切涡的耦合导致的,其耦合产生的无量纲频率  $S_t=0.92$ 。

图 17 为 ATA14 的 DMD 无量纲频谱图,在  $S_t=0.27$  出现小的峰值,对应为钝体绕流的自然特征频率。 $S_t=0.88$  处的峰值与  $Q_1$  捕获的频率接近,可以推测为不稳定剪切涡。钝体绕流的自然特征频率的 2 倍频和 ATA09 中一样有所偏差,同样可能是由于尾迹涡与剪切涡的耦合导致的。剪切涡与尾迹涡相互作用导致的峰值出现在  $S_t=0.62$  处。

通过上述分析可知,平面叶栅分离流主要包含三类特征频率:①不稳定剪切涡;②尾迹区脱落

涡;③剪切涡与脱落涡互相作用形成的拟序结构。

5 结 论

本文以平面叶栅内的分离流为研究对象,采用大涡模拟的方法对  $4^\circ$ 、 $9^\circ$  和  $14^\circ$  这不同三个不同攻角下的叶栅分离流进行了数值模拟,并采用 DMD 方法对不同工况下的流场结果进行了分析,得出如下结论:

1) 气流经过叶片前缘产生分离,形成不稳定的剪切涡结构,和尾迹区脱落涡相互耦合,并形成新的拟序结构。随着攻角的增大,前缘剪切涡及其与尾迹涡的耦合也同时增强,流场变得更加复杂。

2) 采用 DMD 方法,可以从全局上把握叶栅分离流的特征,对包含复杂动力信息的时空流场进行解耦,剥离出能够反映流场主要动力信息的主要模态,获得其频率和与之对应的空间结构。

3) 对于复杂的平面叶栅流动,通过 DMD 方法,可以将原本需要研究 2 000 个不同时刻的流场,转移到仅需要对 35 个模态的研究即可,而每个模态随时间的变化仅需要将该模态乘上与之对应的特征值就可以反映,实现低维近似。

参考文献:

[1] WANG Zhongnan, YUAN Xin. Unsteady mechanism of compressor corner separation over a range of incidence based on hybrid LES/RANS[R]. ASME Paper GT2013-95300, 2013.

[2] PULLAN G, YOUNG A M, DAY I J, et al. Origins and structure of spike-type rotating stall[R]. ASME Paper GT2012-68707, 2012.

[3] YAMADA K, FURUKAWA M, TAMURA Y, et al. Large-scale DES analysis of stall inception process in a multi-stage axial flow compressor [R]. ASME Paper GT2016-57104, 2016.

[4] 宋彦萍,刘振德,陈浮,等.采用弯-掠叶片的压气机叶栅变冲角性能研[J].推进技术,2004,25(5):411-415.

SONG Yanping, LIU Zhende, CHEN Fu, et al. Investigation of swept and curved compressor cascade performance under different incidences[J]. Journal of Propulsion Technology, 2004, 25(5): 411-415. (in Chinese)

[5] SWIICHI I, MASATO F, KENICHIRO I, et al. Vortical flow structure and loss generation process in a transonic centrifugal compressor impeller [R]. ASME Paper GT2007-27791, 2007.

[6] 刘若阳,侯安平,单树军,等.基于 DDES 方法的叶栅分离旋涡的非定常流动数值研究[J].推进技术,2017,38(1): 16-26.

LIU Ruoyang, HOU Anping, SHAN Shujun, et al. Un-

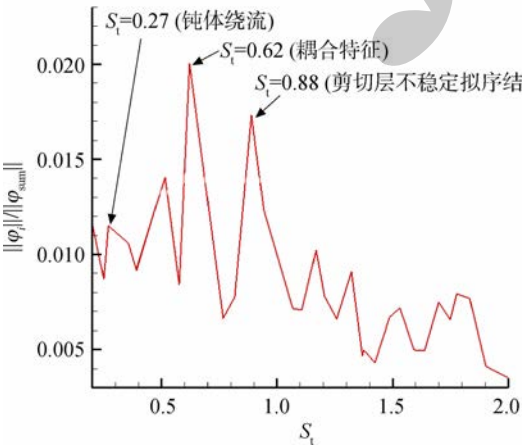


图 17 ATA14 工况的 DMD 无量纲频谱图  
Fig. 17 Dimensionless DMD frequency spectrum of ATA14

- steady numerical investigation on cascade separation vortex flow based on delayed detached-eddy simulation[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017, 38(1): 16-26. (in Chinese)
- [7] FENG Junhong, SHEN Chibing, WANG Qiancheng. Three-dimensional evolution of large-scale vortices in supersonic flow[J]. *Applied Physics Letters*, 2015, 107(25): 453-477.
- [8] 史万里. 涡轮流场大涡模拟与拟序结构研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- SHI Wanli. Investigation of large eddy simulation and coherent structure for the flow field of turbine vane[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012. (in Chinese)
- [9] DENNIS D J C, NICKELS T B. Experimental measurement of large-scale three-dimensional structures in a turbulent boundary layer; Part I vortex packets[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, 673(4): 180-217.
- [10] FENG Liao, WANG Jinjun, PAN Chong. Proper orthogonal decomposition analysis of vortex dynamics of a circular cylinder under synthetic jet control[J]. *Physics of Fluids*, 2011, 23(1): 014106. 1-014106. 13.
- [11] 朱剑锋, 黄国平, 傅鑫, 等. 基于 POD 方法的弯曲扩压通道分离流控制的时空特性分析[J]. *航空学报*, 2014, 35(4): 921-932.
- ZHU Jianfeng, HUANG Guoping, FU Xin, et al. Spatio-temporal characteristics analysis for controlling flow separation in divergent curved channels with POD method[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 35(4): 921-932. (in Chinese)
- [12] MEZIC I. Analysis of fluid flows via spectral properties of Koopman operator[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2013, 45(1): 357-378.
- [13] ZHANG Qingshan, LIU Yingzheng, WANG Shaofei. The identification of coherent structures using proper orthogonal decomposition and dynamic mode decomposition[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2014, 49(8): 53-72.
- [14] ROWLEY C, MEZIC I, BAGHERI S, et al. Spectral analysis of nonlinear flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 641: 115-127.
- [15] SCHMID P. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, 656(10): 5-28.
- [16] SEMLITSCH B, MIHAESCU M. Flow phenomena leading to surge in a centrifugal compressor[J]. *Energy*, 2016, 103(C): 572-587.
- [17] 洪树立, 黄国平. 引入 DMD 方法研究有/无控气流分离的动态结构[J]. *航空学报*, 2017, 38(8): 10-17.
- HONG Shuli, HUANG Guoping. Introduce DMD method to study the dynamic structures of flow separation with and without control[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, 38(8): 10-17. (in Chinese)
- [18] 胡骏, 吴铁鹰, 曹人靖. 航空叶片机原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [19] 朱剑锋, 黄国平, 傅鑫, 等. 无源微脉冲射流抑制叶栅气流分离的初步实验[J]. *航空动力学报*, 2014, 29(2): 391-397.
- ZHU Jianfeng, HUANG Guoping, FU Xin, et al. Preliminary experiment of suppressing flow separation in cascade by micro pulsed jet without external device[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(2): 391-397. (in Chinese)
- [20] 朱剑锋. 脉冲射流抑制大扩压度压气机流动分离的机理及方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013.
- ZHU Jianfeng. Method and mechanism investigation of reducing flow separation in large diffusion compressors by pulsed jet[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013. (in Chinese)
- [21] TU J, ROWLEY C, ARAME, et al. Koopman spectral analysis of separated flow over a finite-thickness flat plate with elliptical leading edge[R]. AIAA 2011-38, 2011.
- [22] GURSUL I, WANG Z, VARDDAKI E. Review of flow control mechanisms of leading-edge vortices[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2007, 43(7): 246-270.
- [23] SEIFERT A, BACHAR T, KOSS D, et al. Oscillatory blowing: a tool to delay boundary-layer separation[J]. *AIAA Journal*, 1993, 31(11): 2052-2060.
- [24] SEIFERT A, PACK L. Oscillatory control of separation at high Reynolds numbers[J]. *AIAA Journal*, 2012, 37(9): 1062-1071.
- [25] GREENBLATT D, WYGNANSKI I. Parameters affecting dynamic stall control by oscillatory excitation[R]. AIAA-93-3121, 1993.
- [26] PACK L, SCHAEFFLER N, YAO C, et al. Active control of flow separation from the slat shoulder of a supercritical airfoil[R]. AIAA 2002-3156, 2002.
- [27] 颜超, 陆小庆, 郑琴. EOF, SVD 和 POD 的数学统一[J]. *数学的实践与认识*, 2014, 44(22): 236-242.
- YAN Chao, LU Xiaoqing, ZHENG Qin. The mathematical unification of EOF, SVD and POD[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2014, 44(22): 236-242. (in Chinese)

(编辑: 李岩梅)